

PEMODELAN MATEMATIKA TENTANG PENYEBARAN NITROGEN DIOKSIDA (NO₂) AKIBAT PROSES INDUSTRI SEBUAH PABRIK

Binti Karomah¹⁾, Lidi Wilaha²⁾

¹ Universitas Surakarta

Email : bintikaromah@gmail.com

² Universitas Surakarta

Email : attaufik@gmail.com

Abstract

The industry emits waste the form of gas released into the atmosphere through the chimney and will experience spread especially in area around the industrial area because carried by the wind and also influenced by meteorological factors namely temperature, atmospheric stability, wind direction and speed. The process of spreading pollutant gas released into the air is important to be studied to help monitor and control air pollution. The purpose of this study to determine Gaussian plume model construction along with simulation model of the spread NO₂ originating from chimney of PT. PG Kribet Baru II Malang based on Gaussian plume model. The stages of this research method are firstly collecting secondary data in the form of meteorological factor data and NO₂ emission data. Second, explaining the construction Gaussian plume model and relationship between wind direction coordinate system and the receptor coordinate system. The third analyzes model of the spread of NO₂. The results showed that by taking the boundary as far as 1000 m from the east and north of the factory, obtained the maximum NO₂ concentration in each month was still below the maximum standard quality limit of $0.8 \frac{mg}{Nm^3}$.

Keywords: *Mathematical modeling, gaussian plume model, NO₂ distribution*

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan pembangunan seperti industri sering memberikan dampak negatif berupa pencemaran udara yang berbentuk gas karbon monoksida (CO), nitrogen oksida (NO_x) dan sulfur oksida (SO_x). sehingga udara yang tercemar oleh partikel dan gas ini dapat menyebabkan gangguan kesehatan. Industri mengeluarkan limbah sebagai akibat pembakaran bahan bakar, penggunaan bahan baku dll. Limbah industri yang berupa gas dilepas ke atmosfer melalui cerobong asap dan akan mengalami penyebaran di daerah sekitar kawasan industri, karena terbawa oleh angin dan juga dipengaruhi oleh faktor meteorologi.

Penentuan pola penyebaran polutan ini dapat dilakukan penelitian dengan menggunakan model matematika, Penelitian terdahulu yang telah dilakukan oleh Maithili Sharan (2012) hanya meneliti pola penyebaran polutan dengan kecepatan angin lambat di daerah kawasan industri dengan menggunakan metode yang berbeda. Chris J. Walcek (2010) hanya meneliti penyebaran polutan dengan *Gaussian plume model* yang mempertimbangkan efek gerakan geser pada penyebaran kepulan asap. Menurut Halim dkk (2014) model penyebaran polutan di suatu kawasan industri juga bisa dipengaruhi oleh wilayah studi dan kondisi meteorologis yaitu kecepatan, arah angin, serta stabilitas atmosfer.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui kontruksi *Gaussian plume model* serta simulasi model penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) yang berasal dari cerobong asap berdasarkan *Gaussian plume model*. Adapun rencana pemecahan masalah dalam kasus ini adalah dengan menganalisis dan membuat simulasi model pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) dengan menggunakan *Gaussian plume model* untuk mengetahui konsentrasi maksimal setiap bulan nya.

2. KAJIAN LITERATUR

Nitrogen Dioksida (NO₂)

Nitrogen oksida (NO_x) adalah kelompok gas nitrogen di atmosfer yang terdiri dari nitrogen monoksida (NO) dan nitrogen dioksida (NO₂). Kedua gas tersebut paling banyak diketahui sebagai bahan pencemar udara. Permasalahan pencemaran udara pada saat ini adalah pencemaran yang diproduksi oleh kegiatan manusia karena jumlahnya akan meningkat pada tempat-tempat tertentu. Sumber utama nitrogen oksida (NO_x) yang diproduksi oleh manusia ini adalah dari pembakaran yang disebabkan oleh kendaraan bermotor, kegiatan industri dll. Nitrogen monoksida (NO) dan nitrogen dioksida (NO₂) berbahaya bagi manusia. Penelitian menunjukkan Nitrogen dioksida (NO₂) bersifat racun terutama terhadap paru-paru

Kriteria Kestabilan Atmosfer

Parameter yang mempengaruhi stabilitas atmosfer merupakan faktor penting yang mempengaruhi besarnya konsentrasi polutan di atmosfer. Faktor-faktor tersebut adalah kecepatan angin, intensitas radiasi sinar matahari (insolasi) pada siang hari dan penutupan awan pada malam hari. (Stockie, 2010).

Gaussian Plume Model

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_1 C}{\partial x} + \frac{\partial v_2 C}{\partial y} + \frac{\partial v_3 C}{\partial z} \right) = \left(K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + S, \quad (1)$$

Persamaan ini disebut sebagai persamaan difusi adveksi. Diasumsikan bahwa Persamaan dalam keadaan *steady state*, yaitu $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$, kecepatan angin pada arah x konstan, koefisien difusi efektif adalah konstan dan difusi bersifat isotropik, Kecepatan angin pada arah x cukup dominan sehingga menyebabkan proses difusi dalam arah x lebih kecil dari adveksi, sehingga suku $K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ diabaikan, jenis polutan tidak reaktif (*source term* dapat diabaikan).

$$\text{Sehingga persamaan (1) menjadi } v_1 \frac{\partial C}{\partial x} = K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2)$$

Penyelesaian dari persamaan (2) adalah:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi v_1 \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \left\{ \exp \left[-\frac{(H-z)^2}{2\sigma_z^2} \right] + \exp \left[-\frac{(H+z)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\}, \quad (3)$$

dimana C : Konsentrasi polutan yang diterima penerima ($\frac{mg}{m^3}$), Q : laju emisi pencemar yang dihasilkan oleh sumber (cerobong asap) ($\frac{mg}{s}$). v_1 : kecepatan angin di titik sumber ($\frac{m}{s}$), σ_y : standar deviasi konsentrasi keputan asap (*plume*) pada arah horizontal, σ_z : standar deviasi konsentrasi keputan asap (*plume*) pada arah vertical, π : konstanta matematika, H : tinggi efektif cerobong asap (*stack*) di pusat keputan (m), y : *Crosswind distance* (m), x : *downwind distance* (m), z : tinggi penerima (m)

Plume Rise / Kenaikan Kepulan Asap

Tinggi kepulan dapat dihitung dengan menggunakan persamaan

$$\delta h = \frac{V_s D}{U_{ha}} \left[1,5 + 2,68 \times 10^{-3} \times P \times D \times \left(\frac{T_s - T_a}{T_s} \right) \right] \quad (4)$$

dimana δh : tinggi kepulan / m , V_s : kecepatan aliran gas dalam cerobong saat keluar dari cerobong / $\frac{m}{s}$, D : diameter cerobong / m , U_{ha} : kecepatan angin pada ujung cerobong / $\frac{m}{s}$, P : tekanan udara, T_s : temperatur gas di dalam cerobong / *Kelvin*, T_a : temperature atmosfer / *Kelvin*

Kecepatan Angin

Kecepatan angin pada ketinggian sampai 200 meter dari permukaan tanah dapat dihitung dengan persamaan $U_{ha} = U_{10} \left(\frac{H_c}{10} \right)^p$ untuk $h_a < 200 m$ dengan U_{ha} : kecepatan angin pada ketinggian h_a (*ms*), U_{10} : Kecepatan angin pada ketinggian 10 *m* (*ms*), H_c : Tinggi cerobong asap (*stack*) (*m*), p : Koefisien *power law*

3. METODE PENELITIAN

Rancangan kegiatan dalam penelitian ini adalah mula – mula mengumpulkan data yang akan digunakan dalam penelitian ini. Data pertama diperoleh dari data – data yang berkaitan Emisi Nitrogen Dioksida (NO_2), yang berasal dari PT. PG. Kregbet Baru II Kabupaten Malang, yang mencakup data jumlah cerobong sumber emisi nitrogen dioksida (NO_2), data tinggi cerobong emisi nitrogen dioksida (NO_2), data diameter dalam cerobong asap, data emisi pencemar rata-rata perbulan, data Kecepatan gas pada saat keluar dari cerobong asap, data Suhu emisi rata-rata cerobong asap. Sedangkan data kedua diperoleh dari data - data yang berkaitan dengan faktor meteorologi dari Unit Pelayanan Teknis (UPT) BMKG Jawa Timur cabang Malang yang mencakup data kecepatan angin rata-rata perbulan, data arah angin terbanyak perbulan, data suhu udara rata-rata perbulan, data insolasi rata-rata perbulan, data tekanan atmosfer rata-rata perbulan.

Ruang lingkup dalam penelitian ini adalah akan diselidiki model penyebaran nitrogen dioksida (NO_2) akibat industri sebuah pabrik, yang mengambil lokasi penelitian di dari PT. PG. Kregbet Baru II Kabupaten Malang, sehingga nanti akan diketahui konsentrasi maksimal penyebaran penyebaran nitrogen dioksida (NO_2).

Alat utama yang digunakan untuk mencari data – data yang berkaitan Emisi Nitrogen Dioksida (NO_2), yang berasal dari PT. PG. Kregbet, Kabupaten Malang meliputi: alat pengukur jumlah cerobong sumber emisi nitrogen dioksida (NO_2), alat pengukur tinggi cerobong emisi nitrogen dioksida (NO_2), alat pengukur diameter dalam cerobong asap, alat pengukur emisi pencemar rata-rata perbulan, alat pengukur kecepatan gas pada saat keluar dari cerobong asap, alat pengukur Suhu emisi rata-rata cerobong asap.

Adapun alat utama yang digunakan untuk mencari data - data yang berkaitan dengan faktor meteorologi dari Unit Pelayanan Teknis (UPT) BMKG Jawa Timur Cabang Malang meliputi: alat pengukur kecepatan angin rata-rata perbulan, alat pengukur arah angin terbanyak perbulan, alat pengukur suhu udara rata-rata perbulan, alat pengukur Insolasi rata-rata perbulan, alat pengukur Tekanan Atmosfer rata-rata perbulan.

Penelitian ini dilakukan di dua lokasi yakni di PT. PG. Kregbet Baru II Kabupaten Malang dan Unit Pelayanan Teknis (UPT) BMKG Jawa Timur, Stasiun Klimatologi kabupaten Malang.

Adapun teknik pengumpulan data yang pertama adalah dicari data – data yang berkaitan Emisi Nitrogen Dioksida (NO_2), yang berasal dari PT. PG. Kregbet Baru II Kabupaten Malang yang meliputi : jumlah cerobong sumber emisi nitrogen dioksida (NO_2),

tinggi cerobong emisi nitrogen dioksida (NO₂), diameter dalam cerobong asap, emisi pencemar rata-rata perbulan, kecepatan gas pada saat keluar dari cerobong asap, suhu emisi rata-rata cerobong asap. Sedangkan teknik pengumpulan data yang kedua adalah dicari data - data yang berkaitan dengan faktor meteorologi dari Unit Pelayanan Teknis (UPT) BMKG Jawa Timur Cabang Malang yang meliputi: Kecepatan angin rata-rata perbulan, arah angin terbanyak perbulan, suhu udara rata-rata perbulan, insolasi rata-rata perbulan, tekanan atmosfer rata-rata perbulan.

Variabel yang pertama yang digunakan dalam penelitian ini adalah data – data yang berkaitan Emisi Nitrogen Dioksida (NO₂), yang berasal dari PT. PG. Kreet Baru II Kabupaten Malang yang meliputi : jumlah cerobong sumber emisi nitrogen dioksida(NO₂), tinggi cerobong emisi nitrogen dioksida (NO₂), diameter dalam cerobong asap, emisi pencemar rata-rata perbulan, kecepatan gas pada saat keluar dari cerobong asap, suhu emisi rata-rata cerobong asap. Adapun variabel yang kedua yang digunakan dalam penelitian ini adalah data - data yang berkaitan dengan faktor meteorologi dari Unit Pelayanan Teknis (UPT) BMKG Jawa Timur Cabang Malang yang meliputi: Kecepatan angin rata-rata perbulan, arah angin terbanyak perbulan, suhu udara rata-rata perbulan, insolasi rata-rata perbulan, tekanan atmosfer rata-rata perbulan.

Teknik analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini mencakup 2 langkah tahap yakni:

1. Kontruksi *Gaussian Plume Model*
2. Analisis Penyebaran Nitrogen Dioksida (NO₂) dengan langkah – langkah: Pendiskritan peta wilayah, yang digunakan adalah daerah sekitar PT. PG Kreet Baru II yaitu 1000 m dari arah timur dan arah utara pabrik, perancangan program dengan menggunakan Matlab untuk mensimulasikan model penyebaran nitrogen dioksida (NO₂), simulasi model penyebaran gas nitrogen dioksida (NO₂) di sekitar PT. PG. Kreet Baru II dengan menggunakan *Gaussian plume model*, pengambilan kesimpulan dari penelitian yang dilakukan

4. HASIL PENELITIAN

Tabel 1 Data yang berkaitan dengan emisi gas nitrogen dioksida (NO₂)

No.	Proses Sumber Emisi NO ₂					
	Nama Boiler	Diameter Dalam	Tinggi	Kecepatan Gas	Suhu Ujung	Laju Emisi
1	CCJT	2 m	32 m	18 m/s	120 C	3083.88

Tabel 2 Data yang berkaitan dengan faktor meteorologi

Bulan	Angin		Suhu Udara	Insolasi	Tekanan
	Arah Terbanyak	Kecepatan Rata-rata			
Juni	225	6.3	24.1	86	946.4
Juli	300	3.6	23.9	86	943.4
Agustus	190	5.3	23.8	86	947.1
September	280	4.1	25.1	86	947.6
Oktober	270	1.3	23.3	86	946.6
November	280	2.5	26	86	945.1

Konstruksi Bentuk *Gaussian Plume Model*

Persamaan difusi adveksi digunakan dalam memprediksi konsentrasi penyebaran polutan. Salah satu model yang sering digunakan dalam memprediksi konsentrasi polutan adalah *Gaussian plume model* yang merupakan solusi dari persamaan difusi adveksi. Persamaan difusi adveksi dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla(C\vec{u}) + \nabla(K\nabla C), \quad (4.1)$$

dengan C merupakan konsentrasi polutan di lokasi \vec{x} , \vec{u} adalah kecepatan angin, K adalah koefisien difusi efektif. Persamaan difusi adveksi berasal hukum konservasi massa. Hukum konservasi massa dinyatakan dalam persamaan berikut ini:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_3)}{\partial z} = 0, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{u}) = 0.$$

Jika dimisalkan suatu konsentrasi massa polutan di lokasi $\vec{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ pada waktu t adalah suatu fungsi $C(\vec{x}, t)$, maka hukum konservasi massa pada persamaan (4.2) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\vec{u}) = 0, \quad (4.3)$$

dimana \vec{u} adalah kecepatan pada arah x, y , dan z .

Penelitian ini mengkaji tentang penyebaran nitrogen dioksida (NO_2) di udara, sehingga proses difusi dan adveksi sangat berpengaruh pada pergerakan molekul di atmosfer. Pergerakan molekul di atmosfer dipengaruhi oleh kecepatan angin sehingga diberikan *flux* adveksi sebagai *flux* kedua yang dinyatakan dengan $J_A = C\vec{u}$. Karena terdapat pengaruh dari dua *flux* maka *flux* massa (J) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$J = J_D + J_A = \vec{u}C - K\nabla C. \quad (4.4)$$

Akibat dari pengaruh dua *flux* tersebut maka persamaan (4.3) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla J = 0. \quad (4.5)$$

Oleh karena itu, hukum konservasi dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{\partial C}{\partial t} dx dy dz + \left(\frac{\partial v_1 C}{\partial x} + \frac{\partial v_2 C}{\partial y} + \frac{\partial v_3 C}{\partial z} \right) dx dy dz - \left(K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) dx dy dz = 0,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_1 C}{\partial x} + \frac{\partial v_2 C}{\partial y} + \frac{\partial v_3 C}{\partial z} \right) = \left(K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right),$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\vec{u}) = \nabla(K\nabla C). \quad (4.6)$$

Persamaan (4.6) sering disebut dengan persamaan difusi adveksi.

Source term (S) akan dimasukkan ke dalam ruang kontrol pada saat reaksi kimia menghasilkan polutan, dengan S yang didefinisikan sebagai berikut

$$S := Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H). \quad (4.7)$$

S merupakan kontaminan yang diemisikan dengan laju konstan Q dari sumber di $\vec{x} = (0, 0, H)$ yang terletak pada ketinggian H di atas permukaan tanah, Q merupakan laju emisi pencemar ($\frac{mg}{s}$), H merupakan tinggi efektif, dan $\delta(x) \delta(y) \delta(z - H)$ merupakan fungsi delta Dirac.

Akibatnya persamaan (4.6) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\vec{u}) = \nabla(K\nabla C) + S, \quad (4.8)$$

Dengan asumsi bahwa sistem dalam keadaan *steady state*, $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$, kecepatan angin konstan dan searah pada arah x positif, sehingga $\vec{u} = (v_1, 0, 0)$, koefisien difusi efektif adalah konstan dan difusi bersifat isotropik, kecepatan angin yang didominasi pada arah x menyebabkan difusi dalam arah x jauh lebih kecil dari adveksi, sehingga suku $K_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ diabaikan, variasi dalam topografi diabaikan sehingga permukaan tanah dapat dianggap sebagai permukaan datar, jenis polutan tidak reaktif, sehingga *source term* dapat diabaikan. Akibatnya, persamaan (4.8) dapat direduksi menjadi

$$v_1 \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (4.9)$$

Koefisien difusi efektif adalah koefisien yang sangat berpengaruh pada pola penyebaran. Koefisien tersebut dapat bervariasi sesuai dengan kondisi cuaca dan waktu tertentu, sehingga sangat sulit ditentukan ketika praktik di lapangan. Oleh karena itu yang biasa dilakukan adalah mengganti x dengan variabel bebas baru, yang didefinisikan sebagai berikut:

$$r = \frac{1}{v_1} \int_0^x K(\zeta) d\zeta.$$

Perubahan variabel ini menghilangkan koefisien K dalam persamaan (4.9),

$$\frac{v_1 dC}{K dx} = \frac{v_1 dr dC}{K dx dr} = \frac{v_1 K dC}{K v_1 dr} = \frac{dC}{dr},$$

sehingga persamaan (4.9) menjadi:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (4.10)$$

Digunakan metode pemisahan variabel dalam menyelesaikan persamaan (4.10). Diberikan asumsi bahwa solusi dari persamaan (4.9) bergantung pada variabel y dan z , sehingga dapat dipisahkan sebagai berikut:

$$C(r, y, z) = \frac{Q}{v_1} a(r, y)b(r, z), \quad (4.11)$$

Dari konstruksi di atas maka solusi *Gaussian plume* untuk persamaan difusi adveksi adalah

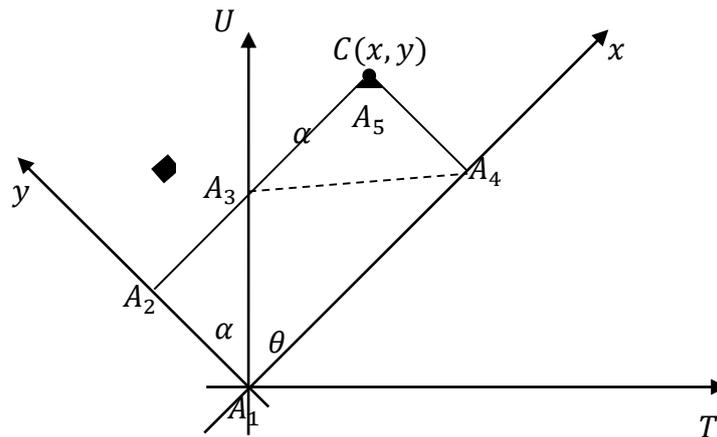
$$\begin{aligned} C(r, y, z) &= \frac{Q}{v_1} \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-\frac{y^2}{4r}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi r}} \left(e^{-\frac{-(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{-(z+H)^2}{4r}} \right) \right) \\ &= \frac{Q}{4\pi v_1 r} e^{-\frac{y^2}{4r}} \left(e^{-\frac{-(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{-(z+H)^2}{4r}} \right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Berdasarkan persamaan diperoleh

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi v_1 \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sigma_y} \right)^2} \left(e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z-H}{\sigma_z} \right)^2} + e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z+H}{\sigma_z} \right)^2} \right), \quad (4.13)$$

persamaan (4.13) biasa disebut dengan persamaan *Gaussian plume model*.

Salah satu aplikasi persamaan *Gaussian plume model* adalah dapat memperkirakan konsentrasi polutan di suatu wilayah. Proses menghitung nilai konsentrasi polutan di suatu wilayah diperlukan sebuah sistem koordinat arah angin (x, y) , dengan x sebagai *downwind distance* dan y sebagai *crosswind distance* dan sistem koordinat penerima (*receptor*) (T, U) , dengan T adalah penerima pada arah timur dan U adalah penerima pada arah utara. Adapun hubungan sistem koordinat arah angin (x, y) dengan sistem koordinat reseptor (T, U) adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Sistem koordinat I

Menghitung konsentrasi di titik $C(x, y)$ perlu diketahui nilai x dan y . A_2A_5 dapat dinyatakan sebagai berikut

$$A_2A_5 = A_2A_3 + A_3A_5. \quad (4.14)$$

Lihat segitiga $A_2A_1A_3$ dengan $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$, diperoleh

$$\begin{aligned} A_2A_3 &= A_3A_1 \sin \alpha \\ A_2A_3 &= A_3A_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \\ A_2A_3 &= A_3A_1 \left(\sin \frac{\pi}{2} \cos \theta - \cos \frac{\pi}{2} \sin \theta \right). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Karena $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ dan $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ maka persamaan (4.14) menjadi

$$A_2A_3 = A_3A_1 \cos \theta. \quad (4.15)$$

Jika diberikan A_1 dengan koordinat (t_i, u_i) dan A_3 dengan koordinat (t, u) maka jarak A_3A_1 adalah $\sqrt{(t - t_i)^2 + (u - u_i)^2}$. Karena $t = t_i$ maka jarak $A_3A_1 = \sqrt{(u - u_i)^2}$.

Jadi persamaan (4.15) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$A_2A_3 = (u - u_i) \cos \theta. \quad (4.16)$$

Lihat segitiga $A_3A_5A_4$, diperoleh

$$\begin{aligned} A_3A_5 &= A_3A_4 \cos \alpha \\ A_3A_5 &= A_3A_4 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \\ A_3A_5 &= A_3A_4 \left(\cos \frac{\pi}{2} \cos \theta + \sin \frac{\pi}{2} \sin \theta \right). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Karena $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ dan $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, maka persamaan (4.17) menjadi

$$A_3A_5 = A_3A_4 \sin \theta$$

atau dapat ditulis

$$A_3A_5 = (t - t_i) \sin \theta. \quad (4.18)$$

Jika persamaan (4.15) dan (4.18) disubstitusikan ke dalam persamaan (4.13), sehingga diperoleh

$$A_2A_5 = (u - u_i) \cos \theta + (t - t_i) \sin \theta. \quad (4.19)$$

Oleh karena itu, diperoleh nilai titik x pada Gambar a dari panjang A_2A_5 , sehingga persamaan (4.19) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$x = (u - u_i) \cos \theta + (t - t_i) \sin \theta, \quad (4.20)$$

Dengan

$(u - u_i)$: Jarak utara dari *receptor* terhadap cerobong sumber emisi (m).

$(t - t_i)$: Jarak timur dari *receptor* terhadap cerobong sumber emisi (m).
 θ : Arah angin (*radian*).

Simulasi Model Penyebaran Nitrogen Dioksida (NO₂)

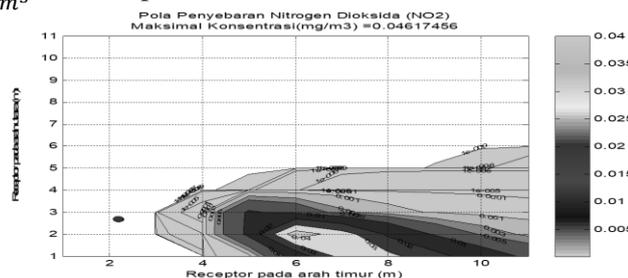
Untuk melihat pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) di dalam suatu wilayah. Peta wilayah yang dijadikan obyek penelitian adalah wilayah PT. PG Krebet Baru II Bululawang, Malang dan sekitarnya. Peta wilayah studi yang akan diteliti terlebih dahulu dilakukan pendiskritan. Dalam penelitian ini, penerima (*receptor*) diletakkan pada titik setiap 100 meter dihitung mulai koordinat (0,0) sampai (1000,1000). Dimensi matrik yang digunakan sesuai sistem koordinat adalah 10 × 10, sehingga jumlah penerima (*receptor*) yang teridentifikasi adalah 100 penerima (*receptor*).

Pada bulan Januari 2019, kecepatan angin $6.3 \frac{m}{s}$, arah angin dari barat daya dengan sudut 225⁰, dan insolasi sebesar 86 masuk ke dalam kriteria kestabilan C, yaitu sedikit labil. Angin berhembus dari arah barat daya maka polutan menyebar ke arah timur laut. Gas polutan keluar dari cerobong asap (*stack*), setelah itu gas akan menyebar dan bercampur dengan udara ambien. Kepulan asap akan naik dan membelok bergerak sesuai arah angin. Kestabilan atmosfer yang sedikit labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.029662021195 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (700,700).



Gambar 1. Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan Januari 2019

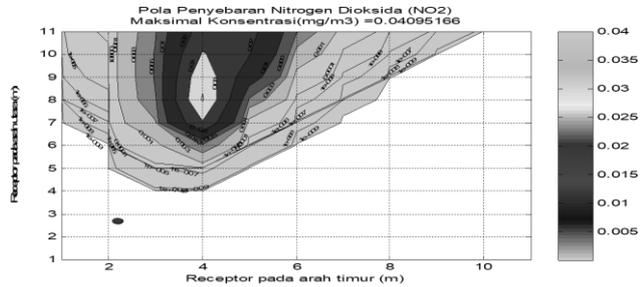
Arah angin rata-rata pada bulan Pebruari 2019 berbeda dengan bulan Januari 2019. Pada bulan ini rata-rata angin bergerak dari arah barat laut dengan sudut 300⁰ sehingga polutan menyebar ke arah tenggara. Kestabilan atmosfer pada bulan ini masuk dalam kriteria B yaitu labil. Hal ini disebabkan kecepatan angin rata-rata pada bulan ini adalah $3,6 \frac{m}{s}$ dan insolasi matahari sebesar 86. Kestabilan atmosfer yang labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.046174558891 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (600,200).



Gambar 2. Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan Pebruari 2019

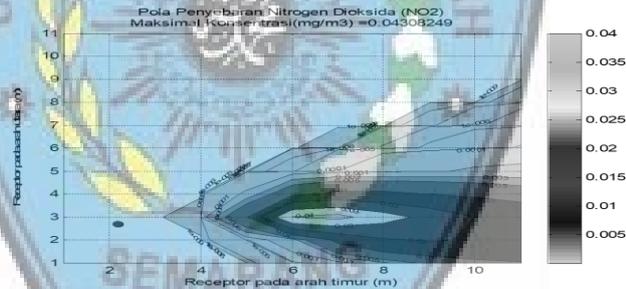
Pada bulan Maret 2019 kestabilan atmosfer masuk dalam kriteria C yaitu sedikit labil. Hal ini dikarenakan kecepatan angin pada bulan ini adalah $5,3 \frac{m}{s}$ dan insolasi sebesar 86.

Kestabilan atmosfer sedikit labil sehingga penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara, dimana polutan menyebar ke arah utara karena angin berhembus dari arah selatan dengan sudut 190° . Konsentrasi tertinggi adalah $0.040951658626 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (400,800).



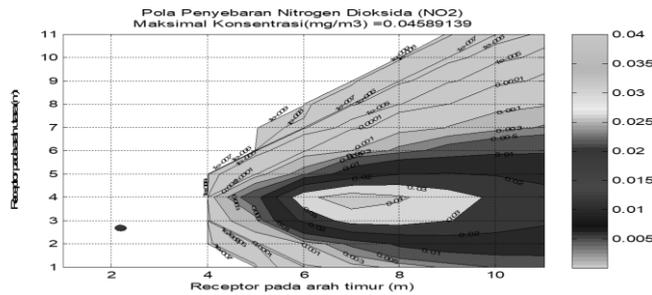
Gambar 3. Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan Maret 2019

Kriteria kestabilan pada bulan April 2019 berbeda dengan bulan Maret 2019, dimana pada bulan ini kriteria kestabilannya masuk dalam kategori B yaitu labil. Hal ini dikarenakan kecepatan angin dan insolasi pada bulan ini adalah $4.1 \frac{m}{s}$ dan 86. Arah angin pada bulan ini berasal dari arah barat dengan sudut 280° sehingga polutan menyebar ke arah timur. Kestabilan atmosfer yang labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.043082494947 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (700,300).



Gambar 4 Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan April 2019

Pada bulan Mei 2019 rata-rata arah angin sama dengan rata-rata arah angin pada bulan April 2019 yaitu dari arah barat dengan sudut 270° , sehingga polutan menyebar ke arah timur. Kecepatan angin dan insolasi pada bulan ini adalah $1.3 \frac{m}{s}$ dan 86, menyebabkan kriteria kestabilan masuk dalam kriteria B yaitu labil. Kestabilan atmosfer yang sangat labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah $0.045891385182 \frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (700,400).



Gambar 5. Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan Mei 2019

Pada bulan Juni 2019, rata-rata arah angin masih sama dengan bulan April dan bulan Mei yaitu dari arah barat dengan sudut 280⁰. Hal ini menyebabkan polutan menyebar ke arah timur. Kecepatan angin pada bulan ini juga berbeda dengan dua bulan sebelumnya dimana rata-rata kecepatan angin pada bulan ini adalah 2,5 $\frac{m}{s}$. Insolasi matahari yang diperoleh adalah 86. Kriteria kestabilan pada bulan ini masuk dalam kriteria A-B, dalam penelitian ini dianggap kestabilan B yaitu labil. Kestabilan atmosfer yang labil menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak menyebar rata di udara. Konsentrasi tertinggi adalah 0.051579354541 $\frac{mg}{m^3}$ terletak pada titik (600,300).



Gambar 6. Simulasi pola penyebaran NO₂ bulan Juni 2019

Dari enam simulasi penyebaran nitrogen dioksida yang berasal dari cerobong asap PT. PG. Krebet Baru II Bululawang, dapat disimpulkan bahwa rata-rata penyebaran polutan cenderung tidak merata di udara hal ini dikarenakan tipe kestabilan atmosfer yang cenderung labil. Pada siang hari kestabilan atmosfer cenderung tidak stabil hal ini karena insolasi matahari sangat kuat. Jika insolasi matahari kuat, semakin lambat kecepatan angin maka kriteria kestabilan atmosfer semakin tidak stabil.

Dari enam simulasi di atas konsentrasi maksimal nitrogen dioksida (NO₂) masih dibawah batas maksimal standar baku muku udara ambien yaitu 0,8 $\frac{mg}{Nm^3}$ sehingga pencemaran NO₂ yang berasal dari boiler CCJT masih dalam tahap aman.

Penemuan dari penelitian ini adalah terbukti *Gaussian plume model* merupakan salah satu model yang bisa digunakan dalam memperkirakan konsentrasi polutan. Selain itu dari juga diperoleh penemuan bahwa pola penyebaran nitrogen dioksida (NO₂) yang diteliti yaitu mulai bulan Januari 2019 – Juni 2019 rata-rata tidak stabil. Hal ini dikarenakan kriteria kestabilan rata-rata cenderung labil pada setiap bulannya sehingga menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak merata. Dari data konsentrasi maksimal dapat disimpulkan bahwa rata-rata konsentrasi masih dibawah batas maksimal standar baku mutu udara ambien yaitu 0,8 $\frac{mg}{Nm^3}$.

Hasil dari penelitian ini relevan dengan penelitian terdahulu yang menggunakan *Gaussian plume model* dalam memprediksi konsentrasi di suatu wilayah yakni penelitian

yang dilakukan oleh Maithili Sharan, dkk. (1995) yang menyelidiki pola penyebaran polutan dengan kecepatan angin yang lambat yaitu kurang dari $2 \frac{m}{s}$, dimana penelitian ini menghasilkan sebuah model matematika dalam memperkirakan pola penyebaran polutan dengan kondisi angin yang lambat yaitu kurang dari $2 \frac{m}{s}$ dengan memperhatikan proses difusi yang searah dengan arah angin. Selain itu *Gaussian plume model* dengan asumsi-asumsi yang membatasi telah terbukti dapat memprediksi besarnya konsentrasi polutan

Adapun tindak lanjut dari penelitian ini adalah menyelidiki pengaruh parameter tinggi cerobong asap terhadap pola penyebaran NO_2 serta mensimulasikan model penyebaran gas nitrogen dioksida (NO_2) dengan menggunakan pendekatan numerik metode beda hingga pada persamaan difusi adveksi dua dimensi.

5. SIMPULAN

1. *Gaussian plume model* merupakan salah satu model yang bisa digunakan dalam memperkirakan konsentrasi polutan. Kontruksi *Gaussian plume model* bermula dari hukum konservasi massa yang dapat dinyatakan dalam persamaan difusi adveksi yang dapat diselesaikan dengan pemisahan variabel dan transformasi Laplace.
2. Pola penyebaran nitrogen dioksida (NO_2) yang diteliti yaitu mulai bulan Januari 2019 – Juni 2019 rata-rata tidak stabil, dikarenakan kriteria kestabilan rata-rata cenderung labil pada setiap bulannya sehingga menimbulkan dampak penyebaran konsentrasi tidak merata. Dari data konsentrasi maksimal dapat disimpulkan bahwa rata-rata konsentrasi masih dibawah batas maksimal standar baku mutu udara ambien yaitu $0,8 \frac{mg}{Nm^3}$.

6. REFERENSI

1. Briggs G.A. 2009. *Diffusion Estimation for Small Emissions*. Oak Ridge, Tennessee: Air Resouces Athmospheric Turbulence and Diffusion Laboratory, NOAA.
2. Depkes. 2012. Parameter Pencemar Udara Dan Dampaknya Terhadap Kesehatan. <http://www.depkes.go.id/downloads/Udara.PDF>. Diakses tanggal 29 September 2012.
3. Halim, A. A., Y. Meilawati, dan L. Mulyatna. 2015. Model Dispersi SO_2 Akibat Kegiatan PLTU Batubara Industri Tekstil Di Kawasan Industri Dayeuhkolot Kabupaten Bandung: *Penelitian Masalah Lingkungan di Indonesia 2010*, 06: 517-525.
4. Lewis, A. D. 2008. A Mathematical Approach to Classical Control. <http://www.mast.queensu.ca/~andrew/teaching/math332/pdf/332notes.pdf>. Diakses tanggal 22 Desember 2017
5. Mathematical Model for The Dispersion of Air Pollutants in Low Wind Conditions. *A Mathematical Model The Dispersion of Air Pollutants*, 1209-1220.
6. Stockie, J. M. 2010. The Mathematics Of Atmospheric Dispersion Modelling. *Paper*. Washington: Department of Mathematics, Simon Fraser University.
7. Sunarko, Z. S. dan A. Waris. 2009. Application of Euler Lagrange Method in Spatial Estimation of Pollutant in Advection Dominant Condition. *International Conference on Advances in Nuclear Science and Engineering in Conjunction with LKSTN*, 345-349.
8. Vaz, A. I. F. dan E. C. Ferreira. 2012. Air Pollution Control with Semi Infinite Programming: *Journal Applied Mathematical Modelling*, No.33: 1957-1969.

9. Walcek, C. J. 2009. A Gaussian Dispersion/Plume Model Explicitly Accounting for Wind Shear. *Program and Abstract of the 13th Joint Conference on Clouds on The Applications of Air Pollution Meteorology with AWM&A*, Canada, 23-27 August 2009.
10. Walter, H. 2008. Comparison of Result from Dispersion Models for Regulatory Purposed Based on Gaussian and Lagrangian Algorithms: an Evaluating Literature Study. *The 9th int. Conf. on Harmonisation within Atmospheric Dispersion Modelling for Regulatory Purposes*. No.01: 19-29.

