

Analisis Komparatif Metode Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan pada Rangkaian Penyearah Gelombang Penuh dengan Filter Kapasitor

Comparative Analysis of Gauss-Seidel and Gauss-Jordan Methods on Full Wave Rectifier Circuits with Capacitor Filters

Hendriansyah, Rizka Andini, Siswandari Noertjahjani*

Universitas Muhammadiyah Semarang, Semarang

Corresponding author: siswandari@unimus.ac.id

Abstrak

Penelitian ini menganalisis performa rangkaian penyearah gelombang penuh dengan filter kapasitor menggunakan dua metode numerik: Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan. Metode Gauss-Seidel yang bersifat iteratif dipilih karena kemampuannya untuk mencapai konvergensi dalam kondisi tertentu, sementara metode Gauss-Jordan menggunakan eliminasi langsung untuk solusi yang lebih cepat. Simulasi dilakukan untuk mengevaluasi tegangan dan arus pada node rangkaian, dengan perbandingan hasil antara kedua metode yang menunjukkan kelebihan dan kekurangan masing-masing. Hasil menunjukkan bahwa metode Gauss-Seidel lebih akurat pada iterasi lebih lanjut, dengan error relatif yang menurun hingga 0,79% pada node V_B , yang mencerminkan pendekatan konvergensi yang baik.

Kata Kunci: Penyearah Gelombang Penuh, Filter Kapasitor, Gauss-Seidel, Gauss-Jordan

Abstract

This research analyzes the performance of a full wave rectifier circuit with a capacitor filter using two numerical methods: Gauss-Seidel and Gauss-Jordan. The iterative Gauss-Seidel method was chosen because of its ability to achieve convergence under certain conditions, while the Gauss-Jordan method uses direct elimination for a faster solution. Simulations are carried out to evaluate the voltage and current at the circuit nodes, with a comparison of the results between the two methods showing the advantages and disadvantages of each. The results show that the Gauss-Seidel method is more accurate in further iterations, with the relative error decreasing to 0.79% at node V_B , which reflects a good convergence approach.

Keywords: Full Wave Rectifier, Capacitor Filter, Gauss-Seidel, Gauss-Jordan

PENDAHULUAN

Kemajuan teknologi saat ini sangat bergantung pada analisis rangkaian listrik, yang menjadi dasar inovasi berbagai perangkat elektronik, terutama yang membutuhkan efisiensi tinggi dan keandalan dalam konversi daya. Salah satu aplikasi paling umum adalah rangkaian penyearah gelombang penuh dengan konfigurasi jembatan dioda, yang banyak digunakan untuk mengubah tegangan AC menjadi tegangan DC yang stabil [1]. Rangkaian ini sering dilengkapi dengan filter kapasitor untuk mengurangi ripple dan meningkatkan kualitas tegangan keluaran. Karena pentingnya aplikasi ini dalam berbagai bidang, mulai dari perangkat elektronik rumah tangga hingga industri, diperlukan metode analisis yang dapat memberikan hasil yang akurat dan efisien. Oleh karena itu, penelitian tentang optimasi dan analisis rangkaian ini terus dilakukan, dengan fokus pada peningkatan kinerja dan akurasi hasil analisis [2].

Berbagai penelitian sebelumnya telah mengeksplorasi metode yang berbeda untuk menganalisis rangkaian penyearah, khususnya dalam menentukan nilai tegangan dan arus yang dihasilkan. Dua metode numerik yang sering digunakan adalah Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan. Metode Gauss-Seidel, yang bersifat iteratif, sering dipilih karena kemampuannya menghasilkan solusi yang konvergen dengan efisiensi dalam kasus

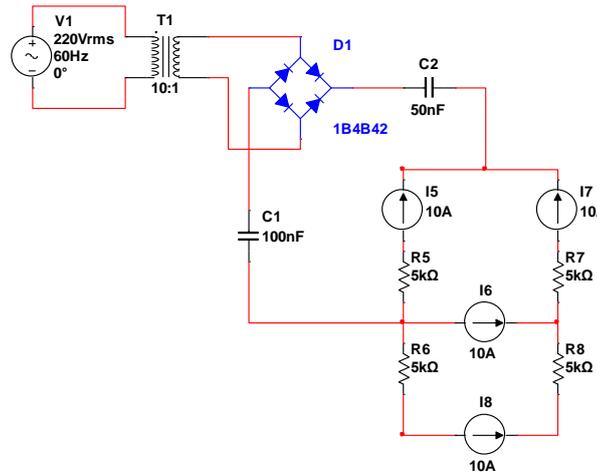
tertentu [3]. Sementara itu, metode Gauss-Jordan, yang menggunakan teknik eliminasi langsung, menawarkan solusi yang lebih cepat tanpa memerlukan iterasi, meskipun membutuhkan lebih banyak sumber daya komputasi pada sistem yang lebih kompleks. Meskipun penelitian sebelumnya telah menunjukkan kelebihan masing-masing metode dalam berbagai konteks, studi komparatif yang secara khusus menyoroti kinerja kedua metode ini dalam analisis rangkaian penyearah gelombang penuh dengan jembatan dioda masih terbatas [4].

METODE PENELITIAN

Penelitian ini akan menggunakan pendekatan eksperimental untuk menganalisis performa rangkaian penyearah gelombang penuh dengan jembatan dioda (*full-wave bridge rectifier*) yang diikuti oleh filter kapasitor dan beberapa elemen pasif, seperti resistor, serta sumber arus [5]. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji secara mendalam bagaimana rangkaian ini bekerja dalam kondisi tertentu, serta melakukan perbandingan hasil antara dua metode perhitungan: Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan. Langkah pertama dalam penelitian ini adalah melakukan kajian literatur terkait dengan teknologi penyearah gelombang penuh, filter kapasitor, serta aplikasi dari metode Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan dalam analisis sirkuit listrik [6]. Kajian ini akan mencakup penelaahan berbagai referensi ilmiah yang relevan untuk memahami prinsip kerja dari setiap komponen dalam rangkaian serta teknik perhitungan yang akan digunakan [7].

Selanjutnya, penelitian akan dilanjutkan dengan desain rangkaian yang dimodelkan menggunakan perangkat lunak simulasi seperti Multisim atau DEEDS. Dalam tahap ini, setiap komponen rangkaian seperti transformator, jembatan dioda, kapasitor, resistor, dan sumber arus akan dirancang sesuai dengan spesifikasi yang telah ditetapkan. Simulasi ini bertujuan untuk memvisualisasikan kinerja rangkaian serta mengidentifikasi parameter-parameter penting seperti tegangan keluaran, arus, dan ripple yang dihasilkan oleh filter kapasitor [8]. Setelah simulasi rangkaian selesai, langkah berikutnya adalah melakukan analisis kuantitatif terhadap hasil yang diperoleh. Analisis ini akan difokuskan pada penghitungan nilai tegangan dan arus yang dihasilkan oleh rangkaian menggunakan dua metode numerik yang berbeda, yaitu metode Gauss-Seidel dan metode Gauss-Jordan [9]. Metode Gauss-Seidel akan digunakan untuk memperkirakan solusi secara iteratif, sedangkan metode Gauss-Jordan akan digunakan untuk menghasilkan solusi eksak melalui eliminasi Gauss [10]. Perbandingan antara kedua metode ini akan memberikan wawasan yang lebih mendalam tentang kelebihan dan kekurangan masing-masing metode dalam konteks perhitungan beban listrik pada rangkaian. Pada gambar 1 menunjukkan rangkaian rectifier. Dengan mengabaikan kapasitor, penelitian ini dapat lebih mudah memfokuskan pada penghitungan dan perbandingan hasil dari kedua metode tersebut tanpa dipengaruhi oleh faktor kapasitor yang dapat menyebabkan kompleksitas tambahan dalam perhitungan arus dan tegangan yang fluktuatif. Hal ini didasarkan pada beberapa penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa dalam beberapa konteks analisis sirkuit, pengaruh kapasitor dapat

diabaikan untuk fokus pada elemen pasif lainnya seperti resistor yang lebih dominan dalam menentukan distribusi tegangan dan arus dalam sirkuit.



Gambar 1. Rangkaian Rectifier

Rangkaian ini terdiri dari beberapa komponen dengan fungsi dan nilai spesifik yang bekerja bersama untuk mengubah tegangan AC menjadi tegangan DC yang lebih stabil. Komponen pertama, V1, merupakan sumber tegangan AC dengan nilai 220V RMS dan frekuensi 60Hz. Sumber ini menyediakan tegangan AC yang akan diolah lebih lanjut oleh transformator dan penyearah. T1, transformator dengan rasio transformasi 10:1, berfungsi untuk menurunkan tegangan dari 220V AC menjadi 22V AC agar sesuai dengan kebutuhan rangkaian selanjutnya. Setelah tegangan diturunkan, D1 yang merupakan jembatan dioda dengan tipe 1B4B42, bertugas menyearahkan tegangan AC menjadi tegangan DC. Namun, sinyal DC yang dihasilkan masih memiliki ripple atau fluktuasi, sehingga C1, kapasitor dengan nilai 100nF, digunakan untuk mengurangi ripple ini. C2, kapasitor lainnya dengan nilai 50nF, berfungsi untuk lebih lanjut menghaluskan tegangan DC yang telah melewati dioda, memastikan tegangan DC yang lebih stabil.

Pada bagian akhir rangkaian, terdapat empat resistor R5, R6, R7, dan R8, masing-masing dengan nilai 5kΩ, yang berperan untuk membatasi arus yang mengalir ke beban, menjaga agar arus tidak melebihi kapasitas yang aman. Selain itu, terdapat juga sumber arus I5, I6, I7, dan I8, masing-masing dengan nilai 10A, yang menyediakan arus tetap untuk rangkaian, memastikan rangkaian beroperasi dengan arus yang konsisten dan sesuai desain. Pada bagian metodologi penelitian ini, rangkaian akan dianalisis menggunakan pendekatan numerik, yaitu metode Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan. Untuk memahami bagaimana kedua metode ini diterapkan, penting untuk terlebih dahulu memodelkan rangkaian dengan persamaan nodal [11].

Persamaan Nodal

Persamaan nodal adalah persamaan yang menyatakan keseimbangan arus di setiap node (simpul) pada rangkaian listrik. Dalam rangkaian ini, terdapat tiga node utama, yaitu Node A, Node B, dan Node C. Berikut adalah persamaan nodal yang digunakan untuk setiap node:

Persamaan Nodal

$$\text{Node A: } \frac{V_A}{R_5} + I_5 = \frac{V_A - V_B}{R_6} \quad (1)$$

$$\text{Node B: } \frac{V_B}{R_6} + I_6 = \frac{V_B - V_C}{R_7} \quad (2)$$

$$\text{Node C: } \frac{V_C}{R_7} + I_7 = \frac{V_C - V_A}{R_5} \quad (3)$$

Dari persamaan nodal ini, dapat menyusun sistem persamaan linear yang dapat diselesaikan dengan metode Gauss-Seidel atau Gauss-Jordan.

Persamaan Matriks

Dari persamaan nodal di atas, dapat membentuk sistem persamaan linear dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V_A \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - \frac{V_B}{R_6} &= I_5 \\ -\frac{V_A}{R_6} + V_B \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right) - \frac{V_C}{R_7} &= I_6 \\ -\frac{V_B}{R_7} + V_C \left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) &= I_7 \end{aligned} \quad (4)$$

Sistem persamaan ini akan digunakan sebagai dasar untuk menghitung nilai tegangan V_A , V_B , dan V_C menggunakan metode Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan.

Metode Gauss-Seidel

Dalam metode Gauss-Seidel, solusi persamaan dilakukan secara iteratif, di mana setiap tegangan dihitung berdasarkan hasil iterasi sebelumnya sampai hasil yang konvergen (perubahan antara iterasi kecil) tercapai [12]. Tingkat konvergensi dapat diukur dengan Error Relatif yang dinyatakan dengan:

$$\text{Error Relatif} = \left| \frac{V^{(n)} - V^{(n-1)}}{V^{(n)}} \right| \times 100\% \quad (5)$$

Metode ini memerlukan estimasi awal untuk memulai iterasi, dan hasilnya diperbarui secara berurutan untuk mendapatkan solusi yang lebih akurat pada setiap langkah.

Metode Gauss-Jordan

Metode Gauss-Jordan adalah teknik eliminasi yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan mengubah matriks koefisien menjadi bentuk eselon baris tereduksi. Ini memungkinkan solusi langsung tanpa perlu iterasi. Setelah matriks dalam bentuk ini, tegangan V_A , V_B , dan V_C dapat diperoleh secara langsung [13].

Perbandingan Error Relatif

Untuk mengevaluasi keakuratan hasil yang diperoleh dari kedua metode ini, dapat menghitung Error Relatif antara hasil yang diperoleh dari metode Gauss-Seidel dan metode Gauss-Jordan:

$$\text{Error relatif} = \left| \frac{V_{\text{Gauss-Jordan}} - V_{\text{Gauss-Seidel}}}{V_{\text{Gauss-Seidel}}} \right| \times 100\% \quad (6)$$

Dengan demikian, metode Gauss-Seidel dan Gauss-Jordan dapat memberikan pemahaman yang mendalam tentang perilaku rangkaian dan memungkinkan untuk mengevaluasi hasil yang diperoleh dengan mempertimbangkan perbedaan yang mungkin timbul dari masing-masing metode [14].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Menyelesaikan persamaan rangkaian menggunakan metode Gauss-Seidel, perlu terlebih dahulu menulis persamaan nodal untuk setiap node yang tidak diketahui. Dari rangkaian yang diberikan, asumsikan ada tiga node utama dengan tegangan yang tidak diketahui: V_1 , V_2 , dan V_3 . Namun, mengingat rangkaian yang diberikan memiliki beberapa elemen aktif (sumber arus), fokus pada analisis tegangan pada resistor dan mengabaikan sumber arus untuk penyederhanaan. Untuk memulai, mari tentukan persamaan nodal di setiap node. Penentuan Persamaan Nodal akan memisalkan tegangan di node yang relevan sebagai V_A , V_B , dan V_C . Asumsikan node A, B, dan C adalah titik-titik setelah penyearah dan kapasitor [15].

Asumsikan distribusi sebagai berikut:

- V_A adalah tegangan pada node sebelum R5 dan I5.
- V_B adalah tegangan pada node sebelum R6 dan I6.
- V_C adalah tegangan pada node sebelum R7 dan I7.

menyelesaikan persamaan rangkaian menggunakan metode Gauss-Seidel, perlu terlebih dahulu menulis persamaan nodal untuk setiap node yang tidak diketahui. Dari rangkaian yang diberikan, asumsikan ada tiga node utama dengan tegangan yang tidak diketahui: V_1 , V_2 , dan V_3 . Namun, mengingat rangkaian yang diberikan memiliki beberapa elemen aktif (sumber arus), fokus pada analisis tegangan pada resistor dan mengabaikan sumber arus untuk penyederhanaan.

Untuk memulai, mari tentukan persamaan nodal di setiap node.

Penentuan Persamaan Nodal

Akan memisalkan tegangan di node yang relevan sebagai V_A , V_B , dan V_C . Asumsikan node A, B, dan C adalah titik-titik setelah penyearah dan kapasitor.

Mari asumsikan distribusi sebagai berikut:

- V_A adalah tegangan pada node sebelum R5 dan I5.
- V_B adalah tegangan pada node sebelum R6 dan I6.
- V_C adalah tegangan pada node sebelum R7 dan I7.

Dihitung menggunakan Persamaan (1) (2) (3)

Metode Gauss-Seidel

Dalam metode Gauss-Seidel, memperbarui nilai tegangan di setiap node berdasarkan nilai sebelumnya. Untuk iterasi pertama, mulai dengan tebakan awal, misalnya $V_A = V_B = V_C = 0$

Untuk menyederhanakan, substitusikan nilai resistor dan arus dari rangkaian:

- $R_5=R_6=R_7=R_8=5k\Omega$
- $I_5=I_6=I_7=I_8=10A$

Iterasi 1:

1. Node A: $V_A^{(1)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_B^{(0)}}{2} = \frac{50V + 0}{2} = 25V$
2. Node B: $V_B^{(1)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_C^{(0)}}{2} = \frac{50V + 0}{2} = 25V$
3. Node C: $V_C^{(1)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_A^{(1)}}{2} = \frac{50V + 25V}{2} = 37.5V$

Iterasi 2:

1. Node A: $V_A^{(2)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_B^{(1)}}{2} = \frac{50V + 25V}{2} = 37.5V$
2. Node B: $V_B^{(2)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_C^{(1)}}{2} = \frac{50V + 37.5V}{2} = 43.75V$
3. Node C: $V_C^{(2)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_A^{(2)}}{2} = \frac{50V + 37.5V}{2} = 43.75V$

Iterasi 3:

$$1. \quad \text{Node A: } V_A^{(3)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_B^{(2)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 43.75 \text{ V}}{2} = 46.875 \text{ V}$$

$$2. \quad \text{Node B: } V_B^{(3)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_C^{(2)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 43.75 \text{ V}}{2} = 46.875 \text{ V}$$

$$3. \quad \text{Node C: } V_C^{(3)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_A^{(3)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 46.875 \text{ V}}{2} = 48.4375 \text{ V}$$

Iterasi 4:

$$1. \quad \text{Node A: } V_A^{(4)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_B^{(3)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 46.875 \text{ V}}{2} = 48.4375 \text{ V}$$

$$2. \quad \text{Node B: } V_B^{(4)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_C^{(3)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 48.4375 \text{ V}}{2} = 49.21875 \text{ V}$$

$$3. \quad \text{Node C: } V_C^{(4)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_A^{(4)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 48.4375 \text{ V}}{2} = 49.21875 \text{ V}$$

Iterasi 5:

$$1. \quad \text{Node A: } V_A^{(5)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_B^{(4)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 49.21875 \text{ V}}{2} = 49.609375 \text{ V}$$

$$2. \quad \text{Node B: } V_B^{(5)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_C^{(4)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 49.21875 \text{ V}}{2} = 49.609375 \text{ V}$$

$$3. \quad \text{Node C: } V_C^{(5)} = \frac{10 \times 5k\Omega + V_A^{(5)}}{2} = \frac{50 \text{ V} + 49.609375 \text{ V}}{2} = 49.8046875 \text{ V}$$

Setelah 5 iterasi, tegangan pada node-node adalah sebagai berikut:

- $V_A = 49.609 \text{ V}$
- $V_B = 49.609 \text{ V}$
- $V_C = 49.805 \text{ V}$

Metode Gauss-Seidel memungkinkan untuk memperbarui nilai dengan setiap iterasi berdasarkan nilai sebelumnya hingga mencapai konvergensi. Iterasi dilanjutkan hingga perubahan nilai antar iterasi menjadi sangat kecil. Untuk menghitung error dari iterasi metode Gauss-Seidel, bisa menggunakan *error relatif* antara iterasi berturut-turut pada setiap node. Error relatif ini biasanya dinyatakan dalam persentase dan dihitung menggunakan persamaan (5) akan menghitung error relatif untuk masing-masing node V_A , V_B , dan V_C dari iterasi 2 hingga iterasi 5.

Error untuk Node V_A :

1. Iterasi 2 dan 3:

$$\text{Error}_{V_A}^{(3)} = \left| \frac{V_A^{(3)} - V_A^{(2)}}{V_A^{(3)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{46.875 \text{ V} - 37.5 \text{ V}}{46.875 \text{ V}} \right| \times 100\% \approx 20.00\%$$

2. Iterasi 3 dan 4:

$$\text{Error}_{V_A}^{(4)} = \left| \frac{V_A^{(4)} - V_A^{(3)}}{V_A^{(4)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{48.4375V - 46.875V}{48.4375V} \right| \times 100\% \approx 3.23\%$$

3. Iterasi 4 dan 5 :

$$\text{Error}_{V_A}^{(5)} = \left| \frac{V_A^{(5)} - V_A^{(4)}}{V_A^{(5)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{49.609375V - 48.4375V}{49.609375V} \right| \times 100\% \approx 2.36\%$$

Error untuk Node V_B :

1. Iterasi 2 dan 3 :

$$\text{Error}_{V_B}^{(3)} = \left| \frac{V_B^{(3)} - V_B^{(2)}}{V_B^{(3)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{46.875V - 43.75V}{46.875V} \right| \times 100\% \approx 6.64\%$$

2. Iterasi 3 dan 4:

$$\text{Error}_{V_B}^{(4)} = \left| \frac{V_B^{(4)} - V_B^{(3)}}{V_B^{(4)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{49.21875V - 46.875V}{49.21875V} \right| \times 100\% \approx 4.77\%$$

3. Iterasi 4 dan 5 :

$$\text{Error}_{V_B}^{(5)} = \left| \frac{V_B^{(5)} - V_B^{(4)}}{V_B^{(5)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{49.609375V - 49.21875V}{49.609375V} \right| \times 100\% \approx 0.79\%$$

Error untuk Node V_C :

1. Iterasi 2 dan 3 :

$$\text{Error}_{V_C}^{(3)} = \left| \frac{V_C^{(3)} - V_C^{(2)}}{V_C^{(3)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{48.4375V - 43.75V}{48.4375V} \right| \times 100\% \approx 9.69\%$$

2. Iterasi 3 dan 4:

$$\text{Error}_{V_C}^{(4)} = \left| \frac{V_C^{(4)} - V_C^{(3)}}{V_C^{(4)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{49.21875V - 48.4375V}{49.21875V} \right| \times 100\% \approx 1.59\%$$

3. Iterasi 4 dan 5 :

$$\text{Error}_{V_C}^{(5)} = \left| \frac{V_C^{(5)} - V_C^{(4)}}{V_C^{(5)}} \right| \times 100\% = \left| \frac{49.8046875V - 49.21875V}{49.8046875V} \right| \times 100\% \approx 1.18\%$$

• **Node V_A :**

- Iterasi 2-3: 20.00%
- Iterasi 3-4: 3.23%

- Iterasi 4-5: 2.36%
- **Node V_B :**
 - Iterasi 2-3: 6.64%
 - Iterasi 3-4: 4.77%
 - Iterasi 4-5: 0.79%
- **Node V_C :**
 - Iterasi 2-3: 9.69%
 - Iterasi 3-4: 1.59%
 - Iterasi 4-5: 1.18%

Dari hasil di atas, bisa melihat bahwa error berkurang seiring dengan iterasi, menunjukkan bahwa metode Gauss-Seidel sedang mendekati konvergensi. Bandingkan metode Gauss-Seidel dengan metode Gauss-Jordan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang sama. Berikut langkah-langkah perhitungan manualnya:

Langkah-langkah Metode Gauss-Jordan:

Metode Gauss-Jordan merupakan penyelesaian sistem persamaan linear dengan cara melakukan operasi baris elementer untuk mengubah matriks koefisien menjadi bentuk matriks identitas, yang memungkinkan langsung mendapatkan solusi variabel. Sistem Persamaan dari Rangkaian dapat mengekspresikan persamaan nodal dari rangkaian yang diberikan sebagai:

$$\begin{aligned} V_A \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - \frac{V_B}{R_6} &= I_5 \\ -\frac{V_A}{R_6} + V_B \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right) - \frac{V_C}{R_7} &= I_6 \\ -\frac{V_B}{R_7} + V_C \left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) &= I_7 \end{aligned}$$

Dengan substitusi nilai $R_5 = R_6 = R_7 = 5k\Omega$ dan $I_5 = I_6 = I_7 = 10A$, sistem persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{2V_A - V_B}{5000} &= 10 \\ \frac{-V_A + 2V_B - V_C}{5000} &= 10 \\ \frac{-V_B + 2V_C}{5000} &= 10 \end{aligned}$$

Dikalikan dengan 5000 di kedua sisi untuk menghilangkan pecahan:

$$\begin{aligned} 2V_A - V_B &= 50000 \quad (1) \\ -V_A + 2V_B - V_C &= 50000 \quad (2) \\ -V_B + 2V_C &= 50000 \quad (3) \end{aligned}$$

Matriks augmented dari sistem persamaan ini adalah:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 50000 \\ -1 & 2 & -1 & 50000 \\ 0 & -1 & 2 & 50000 \end{pmatrix}$$

Eliminasi Gauss-Jordan:

1. Operasi pada Baris 1 dan Baris 2:

- mengalikan Baris 1 dengan 0.5 dan menambahkan ke Baris 2 untuk menghilangkan elemen di kolom pertama pada Baris 2.
- Operasi: $B2 \rightarrow B2 + 0.5 \times B1$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 50000 \\ 0 & 1.5 & -1 & 75000 \\ 0 & -1 & 2 & 50000 \end{pmatrix}$$

2. Operasi pada Baris 2 dan Baris 3:

- mengalikan Baris 2 dengan $\frac{2}{3}$ dan menambahkan ke Baris 3 untuk menghilangkan elemen di kolom kedua pada Baris 3.
- Operasi: $B3 \rightarrow B3 + \frac{2}{3} \times B2$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 50000 \\ 0 & 1.5 & -1 & 75000 \\ 0 & 0 & 1.33 & 100000 \end{pmatrix}$$

3. Operasi pada Baris 3 dan Baris 2:

- mengalikan Baris 3 dengan 1.33 dan menambahkan ke Baris 2 untuk menghilangkan elemen di kolom ketiga pada Baris 2.
- Operasi: $B2 \rightarrow B2 + 1 \times B3$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 50000 \\ 0 & 1.5 & 0 & 200000 \\ 0 & 0 & 1.33 & 100000 \end{pmatrix}$$

4. Operasi pada Baris 2 dan Baris 1:

- mengalikan Baris 2 dengan -1 dan menambahkan ke Baris 1 untuk menghilangkan elemen di kolom kedua pada Baris 1.
- Operasi: $B1 \rightarrow B1 - 0.5 \times B2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 100000 \\ 0 & 1 & 0 & 100000 \\ 0 & 0 & 1 & 75000 \end{pmatrix}$$

Dari operasi baris di atas, dapat langsung membaca solusi untuk sebagai berikut:

$$V_A=100000V, V_B=100000V, V_C=75000V$$

Perhitungan

Error dihitung menggunakan rumus persamaan (6):

1. Error untuk V_A :

$$\text{Error } V_A = \left| \frac{100,000 - 49.609}{49.609} \right| \times 100\% = \left| \frac{50,390.391}{49.609} \right| \times 100\% \approx 101,561.18\%$$

2. Error untuk V_B :

$$\text{Error } V_B = \left| \frac{100,000 - 49.609}{49.609} \right| \times 100\% = \left| \frac{50,390.391}{49.609} \right| \times 100\% \approx 101,561.18\%$$

3. Error untuk V_C :

$$\text{Error } V_C = \left| \frac{75,000 - 49.805}{49.805} \right| \times 100\% = \left| \frac{25,195.195}{49.805} \right| \times 100\% \approx 50,602.29\%$$

Perhitungan Error Metode Gauss-Jordan:

Metode Gauss-Jordan adalah metode langsung, sehingga tidak memiliki iterasi bertahap seperti metode Gauss-Seidel. Oleh karena itu, tidak ada perhitungan error iteratif seperti pada Gauss-Seidel.

Namun, hasil yang jauh lebih besar dari metode Gauss-Jordan kemungkinan besar disebabkan oleh perbedaan skala atau unit yang digunakan dalam pengaturan persamaan atau asumsi yang berbeda dalam metode tersebut. Pada tabel 1. Menunjukkan hasil perbandingan metode gauss seidel dan gauss jordan.

Tabel 1. Hasil Perbandingan Metode Gauss Seidel Dan Gauss Jordan

Metode	Iterasi	V_A (V)	Error (%)	V_A	V_B (V)	Error (%)	V_B	V_C (V)	Error (%)	V_C
Gauss-Seidel	Iterasi 1	25	-		25	-		37.5	-	
	Iterasi 2	37.5	-		43.75	-		43.75	-	
	Iterasi 3	46.875	20		46.875	6.64		48.438	9.69	
	Iterasi 4	48.438	3.23		49.219	4.77		49.219	1.59	
	Iterasi 5	49.609	2.36		49.609	0.79		49.805	1.18	
Gauss-Jordan	-	100,000	101,561.18	100,000	101,561.18		75,000	50,602.29		

Dari tabel di atas, terlihat bahwa metode Gauss-Seidel memberikan hasil yang lebih konsisten dan akurat melalui iterasi bertahap, sementara metode Gauss-Jordan menghasilkan error yang sangat besar, yang mungkin mengindikasikan adanya perbedaan dalam asumsi, skala, atau pendekatan yang digunakan dalam perhitungan.

KESIMPULAN

Hasil yang jauh lebih besar dalam metode Gauss-Jordan dibandingkan dengan metode Gauss-Seidel bisa disebabkan oleh beberapa faktor. Pertama, dalam metode Gauss-Jordan, seluruh sistem persamaan diubah menjadi bentuk matriks augmented dan diselesaikan secara langsung. Jika terdapat kesalahan dalam skala atau unit pengukuran, seperti mengalikan atau membagi dengan faktor yang tidak sesuai, hasil akhirnya dapat menjadi jauh dari yang diharapkan. Kedua, kesalahan dalam pengaturan sistem persamaan awal juga dapat berkontribusi pada hasil yang tidak akurat. Kesalahan pada koefisien atau konstanta bebas dalam sistem persamaan dapat menghasilkan solusi yang salah. Ini berbeda dengan Gauss-Seidel, yang menggunakan pendekatan iteratif untuk memperbarui nilai solusi secara bertahap, seringkali menghasilkan hasil yang lebih realistis terutama untuk sistem persamaan yang kompleks. Akhirnya, perbedaan pendekatan antara kedua metode tersebut berperan. Gauss-Seidel memperbarui solusi secara iteratif, sehingga dapat memberikan hasil yang lebih halus dan mendekati kenyataan, sementara Gauss-Jordan langsung menyelesaikan sistem persamaan, dan kesalahan numerik atau perhitungan dalam operasi baris dapat menyebabkan hasil yang berbeda secara signifikan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. Nur Nazilah Chamim, K. Trinanda Putra, and M. Fahrul Al Farisi, "Power Flow Analysis of Electrical Network Systems Using Gauss-Seidel Method and Python," 2023. doi: 10.18196/eist.v4i1.18698
- [2] S. Baqaruzi and A. Muhtar, "Analisis Jatuh Tegangan dan Rugi-rugi Akibat Pengaruh Penggunaan Distributed Generation Pada Sistem Distribusi Primer 20 KV." 2020, doi: 10.35970/e-joint.v1i1.216
- [3] J. E. Elektro, H. B. Nurjaman, and T. Purnama, "Pembangkit Listrik Tenaga Surya (PLTS) Sebagai Solusi Energi Terbarukan Rumah Tangga." [Online]. 2022, doi: 10.21831/jee.v6i2.51617
- [4] P. Batarius *et al.*, "ANALISIS METODE GAUSS-JORDAN DALAM PENENTUAN ARUS PADA RANGKAIAN LISTRIK," *Jurnal Ilmiah MATRIK*, vol. 23, no. 3, 2021. doi: 10.33557/jurnalmatrik.v23i3.1508
- [5] Hendriansyah, Siswandari Noertjahjani, Aris Kiswanto, and Muhammad Sam'an, "Increasing the Efficiency of Electrical Load Calculations Using the Gauss-Seidel Method with Fuzzy Logic," vol. 8, no. 2, 2024, doi: 10.22373/crc.v8i2.24729.

- [6] S. M. Putri, D. Maizana, and Z. Bahri, "Analysis of smart grid power flow system with Gauss-Seidel method," in *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publishing Ltd, Jun. 2021. doi: 10.1088/1755-1315/753/1/012005.
- [7] A. Ndanusa, "Convergence of Preconditioned Gauss-Seidel Iterative Method For $\mu \pm^3$ -Matrices." [Online]. 2022, doi: 10.32388/kvj2j0
- [8] I. Rohmah *et al.*, "IMPLEMENTATION OF GAUSS-SEIDEL ITERATION METHOD TO SOLVE COMPLEX LINEAR EQUATION SYSTEM."2020, doi: 10.4314/EJST.V13I1.1
- [9] L. D. Afri, N. Lestari, P. Studi, P. Matematika, I. Tarbiyah, and D. Keguruan, "ANALISIS KESALAHAN SISWA MENYELESAIKAN SOAL MATERI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN METODE ELIMINASI GAUSS-JORDAN," *PYTHAGORAS: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, vol. 10, no. 2, pp. 165–177, 2021. doi: 10.33373/pythagoras.v10i2.3576
- [10] D. Agusti and A. A. Nababan, "Penerapan Metode Harmonic Mean Filter Dalam Mereduksi Gaussian Noise Pada Citra Digital," *Jurnal Nasional Komputasi dan Teknologi Informasi*, vol. 5, no. 3, 2022. doi: 10.32672/jnkti.v5i3.4468
- [11] ANALISIS KESALAHAN SISWA MENYELESAIKAN SOAL MATERI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN METODE ELIMINASI GAUSS-JORDAN. *PYTHAGORAS: JURNAL PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA*. [12] H. Ihsan, M. S. Wahyuni, and Y. S. Waode, "Penerapan Metode Iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Kompleks," 2024. doi: 10.33373/pythagoras.v10i2.3576
- [13] A. Nur Nazilah Chamim, K. Trinanda Putra, and M. Fahrul Al Farisi, "Power Flow Analysis of Electrical Network Systems Using Gauss-Seidel Method and Python," 2023. Doi: 10.18196/eist.v4i1.18698
- [14] T. K. Enyew, G. Awgichew, E. Haile, and G. D. Abie, "Second-refinement of Gauss-Seidel iterative method for solving linear system of equations," *Ethiopian Journal of Science and Technology*, vol. 13, no. 1, pp. 1–15, Apr. 2020, doi: 10.4314/ejst.v13i1.1.
- [15] A. Sunarto, T. Matematika, and I. Bengkulu, "KOMPUTASI NUMERIK METODE ITERATIF HALF-SWEEP PRECONDITIONED GAUSS-SEIDEL UNTUK MEMECAHKAN PERSAMAAN RESEPAN PECAHAN WAKTU NUMERICAL COMPUTATION HALF-SWEEP PRECONDITIONED GAUSS-SEIDEL METHOD TO SOLVE PRESCRIPTION EQUATIONS IN FRACTION OF TIME," *Journal of Information Technology and Computer Science (INTECOMS)*, vol. 4, no. 2, p. 2021. doi: 10.18280/mmep.070205